

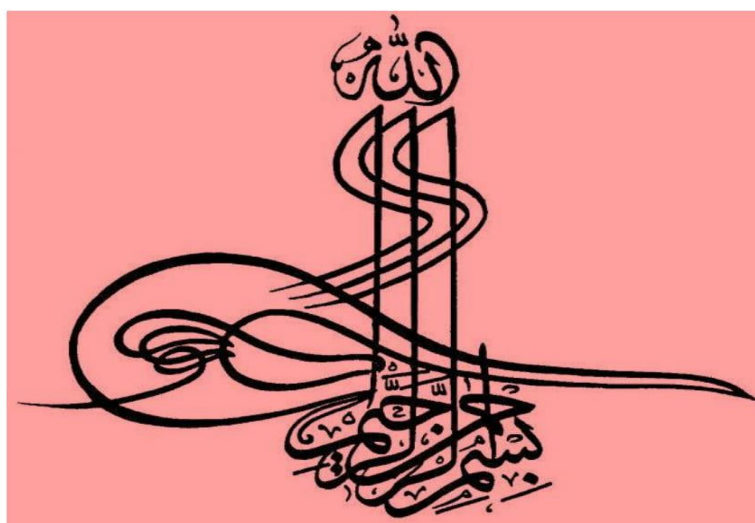
استاد : حبیب هاشمی

مبحث : جزوه فصل دوم ریاضی پیش دانشگاهی تجربی

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir




جزء صحیح (براکت)

قابل استفاده برای دانش آموزان کنکوری

رشته های تجربی و ریاضی فیزیک

طبقه بندی سوالات به صورت موضوعی 

پاسخ کاملا تشریحی 

تمرین هایی برای آمادگی 

مؤلف:

حبیب هاشمی

۱۳۹۶

استاد : حبیب هاشمی

مبحث : جزوه فصل دوم ریاضی پیش دانشگاهی تجربی

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تالیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

اینستاگرام: academy.riazi

سایت ریاضیکده www.riazikade.ir

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

تدریس خصوصی و مبحثی ریاضیات

متوسطه

و

تضمینی کنکور

تهران و کرج

مقدمه

جزوه حاضر که براساس مطالب مبحث « **جزء صحیح** » نگارش شده است، دارای ویژگی های زیر است:

- ۱- باز کردن مفاهیمی که در کتاب درسی به علت محدودیت حجم، به آن کمتر پرداخته شده است.
 - ۲- مطالب به صورت ساده و روان و به زبان دانش آموز ارائه شده است.
 - ۳- مطالب و نکات، به گونه ایی است که خلأ بین مطالب ارائه شده در کتب درسی و سؤالات مطرح شده در کنکورهای سراسری را پر کند.
 - ۴- در این کتاب با نگاهی عمیق تر و جامع تر از کتاب درسی، به مطالب پرداخته شده و به همین منظور از مثال ها و مسائل حل شده متنوعی بهره گرفته ایم.
 - ۵- ایجاد تعادل نسبی بین مهارت های محاسبات صوری و درک مفهومی.
 - ۶- استفاده از مسائل باز پاسخ.
 - ۷- توجه به دانش قبلی دانش آموزان.
 - ۸- ایجاد اتصال و ارتباط بین جنبه های متفاوت یک مفهوم و نیز بین یک مفهوم و دیگر مفاهیم کتاب.
- در پایان امیدواریم که مطالعه ی دقیق این کتاب و بهره گیری از رهنمودهای دبیران فرهیخته و گران قدر بتواند موفقیت تحصیلی شما خوبان را تضمین و تثبیت نماید. ارائه ی نظرات شما دانش پژوهان، دبیران فرهیخته و گران قدر، موجب سپاس و امتنان است.

حبیب هاشمی

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

جزء صحیح (براکت):

هر عدد حقیقی x از یک قسمت صحیح که آن را با نماد $[x]$ یا $[x]$ و یک قسمت اعشاری که آن را با نمادهای $\{x\}$ یا p نشان می‌دهیم تشکیل شده است.

جزء اعشاری + جزء صحیح = هر عدد حقیقی

$$x = [x] + p \quad (0 \leq p < 1)$$

$$\begin{aligned} 2/0.7 &= 2 + 0/0.7 \Rightarrow [2/0.7] = 2 & (0 \leq 0/0.7 < 1) \\ 3/4 &= 3 + 0/4 \Rightarrow [3/4] = 3 & (0 \leq 0/4 < 1) \\ 0/5 &= 0 + 0/5 \Rightarrow [0/5] = 0 & (0 \leq 0/5 < 1) \\ 7 &= 7 + 0 \Rightarrow [7] = 7 & (0 \leq 0 < 1) \\ -2/3 &= -3 + 0/3 \Rightarrow [-2/3] = -3 & (0 \leq 0/3 < 1) \\ [-8/2] &= -9 + 0/2 \Rightarrow [-8/2] = -9 & (0 \leq 0/2 < 1) \\ [-0/4] &= -1 + 0/4 \Rightarrow [-0/4] = -1 & (0 \leq 0/4 < 1) \end{aligned}$$

$$[x] = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Z} \\ \text{بزرگترین عدد صحیح قبل از } x & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} [+0/0] &= +0 \\ [-0/0] &= -0 - 1 \end{aligned}$$

مثال: عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} [3/4] &= 3 & [-3/4] &= -3 - 1 = -4 \\ [0/75] &= 0 & [-0/75] &= -0 - 1 = -1 \\ \left[\frac{1}{2}\right] &= [0/5] = 0 & \left[-\frac{1}{2}\right] &= [-0/5] = -0 - 1 = -1 \\ \left[\frac{27}{5}\right] &= [5/4] = 5 & \left[-\frac{27}{5}\right] &= [-5/4] = -5 - 1 = -6 \\ [\sqrt{2}] &= [1/4] = 1 & [-\sqrt{2}] &= [-1/4] = -1 - 1 = -2 \\ [\sqrt{28}] &= [5/3] = 5 & [-\sqrt{28}] &= [-5/3] = -5 - 1 = -6 \\ \left[\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right] &= \left[\frac{1/4}{1-1/4}\right] = \left[-\frac{14}{4}\right] = [-3/5] = -3 - 1 = -4 \end{aligned}$$

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

$$[-2 - \sqrt{2}] = [-2 - 1/4] = [-3/4] = -4$$

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{.5}\right] = \left[\frac{1/7}{.5}\right] = \left[\frac{17}{5}\right] = [3/4] = 3$$

$$\left[\frac{.5}{\sqrt{3}}\right] = \left[\frac{.5}{1/7}\right] = \left[\frac{.5}{17}\right] = \left[\frac{5}{17}\right] = [0/2] = 0$$

مثال : حاصل عبارت $|[7x] - [5x]|$ به ازای $x = -\frac{1}{7}$ کدام است ؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

$$[7x] \xrightarrow{x=-\frac{1}{7}} \left[-\frac{7}{7}\right] = [-1] = -1$$

$$[5x] \xrightarrow{x=-\frac{1}{7}} \left[-\frac{5}{7}\right] = [-1] = -1$$

$$\Rightarrow |-1 - (-1)| = |-1 + 1| = |0| = 0$$

$$\begin{cases} [3^+] = 3 \\ [3^-] = 2 \end{cases} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} [k^+] = k \\ [k^-] = k - 1 \end{cases}$$

توجه :

$$[{}^n\sqrt{x}] \xrightarrow{a^n < x < (a+1)^n} \sqrt[n]{a^n} < \sqrt[n]{x} < \sqrt[n]{(a+1)^n} \Rightarrow [{}^n\sqrt{x}] = a$$

توجه :

$$[{}^3\sqrt{35}] \xrightarrow{3^3 < 35 < (3+1)^3} [{}^3\sqrt{35}] = 3$$

$$[{}^4\sqrt{64}] \xrightarrow{2^4 < 64 < (2+1)^4} [{}^4\sqrt{64}] = 2$$

مثال : حاصل عبارت $A = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{12}]$ کدام است ؟

- ۱۷ (۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴)

$$A = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 = 25$$

مثال : در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2[x]$ مقدار $f\left(-\frac{1}{7}f(\sqrt{3})\right)$ کدام است ؟ ([] نماد جزء صحیح است)

(سراسری تجربی ۹۰ خ)

- ۱/۷۵ (۱) ۲/۲۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۲/۷۵ (۴)

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

$$f(x) = x^2 - 2[x]$$

$$f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2(1) = 1$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}f(\sqrt{3})\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \times 1\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2\left[-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$$

$$= \frac{1}{3} - 2 \times (-1) = \frac{1}{3} + 2 = 2\frac{1}{3}$$

مثال: اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \frac{x}{1-x}$ آن گاه $(f \circ g)(\sqrt{2})$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۶)

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

$$(f \circ g)(\sqrt{2}) = f(g(\sqrt{2})) \xrightarrow{g(x) = \frac{x}{1-x} \rightarrow g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}} f\left(\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right) = \left[\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right] = \left[\frac{1/4}{1-1/4}\right] = -4$$

مثال: اگر $-1 < x < 0$ حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + \dots + [x^{20}]$ کدام است؟

- (۱) -۲۰ (۲) ۲۰ (۳) -۱۰ (۴) ۱۰

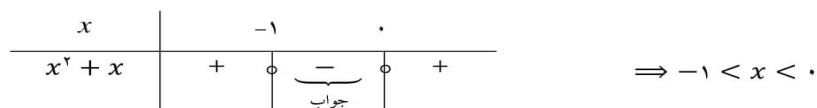
$\begin{aligned} \text{نکته} \quad & \text{if } -1 < x < 0 \Rightarrow -1 < x^{2n+1} < 0 \Rightarrow [x^{2n+1}] = -1 \\ & \text{if } -1 < x < 0 \Rightarrow -1 < x^{2n} < 0 \Rightarrow [x^{2n}] = 0 \end{aligned}$

$$[x] + [x^2] + [x^3] + \dots + [x^{20}] = -1 + 0 + (-1) + 0 + (-1) + \dots + 0 = -10$$

مثال: اگر $x^2 + x < 0$ حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۸ خ)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

$$x^2 + x < 0 \Rightarrow$$



$$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = -1 + 0 + (-1) + 0 = -2$$

مثال: برای هر عدد طبیعی $n > 2$ حاصل $[\sqrt{4n^2 - 3n + 1}] - 2[\sqrt{n^2 - 2n}]$ کدام است؟ (سراسری تجربی

(۹۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

$$\begin{cases} 4n^2 - 4n + 1 < 4n^2 - 3n + 1 < 4n^2 \rightarrow (2n - 1)^2 < 4n^2 - 3n + 1 < (2n)^2 \\ \sqrt{\quad} \rightarrow 2n - 1 < \sqrt{4n^2 - 3n + 1} < 2n \rightarrow [\sqrt{4n^2 - 3n + 1}] = 2n - 1 \\ n^2 - 4n + 4 < n^2 - 2n < n^2 - 2n + 1 \rightarrow (n - 2)^2 < n^2 - 2n < (n - 1)^2 \\ \sqrt{\quad} \rightarrow (n - 2) < \sqrt{n^2 - 2n} < n - 1 \rightarrow [\sqrt{n^2 - 2n}] = n - 2 \\ \Rightarrow 2n - 1 - 2(n - 2) = +3 \end{cases}$$

روش کنکوری : برای پیدا کردن حاصل عبارت‌ها به جای متغیر عدد دلخواهی از دامنه قرار می‌دهیم و حاصل عبارت را پیدا می‌کنیم سپس به گزینه‌ها دقت می‌کنیم اگر گزینه‌ها به شکل عدد باشند که به جواب آخر رسیده‌ایم.

تذکر ۱ : اگر گزینه‌ها بر حسب متغیر باشند به جای متغیر همان عدد را قرار داده و حاصل آنها را نیز به دست می‌آوریم گزینه‌ای صحیح است که جوابش با حاصل عبارت یکی شود.

تذکر ۲ : اگر دو گزینه مثل هم شد برای آن دو گزینه عدد جدید انتخاب کرده و مراحل فوق را تکرار می‌کنیم (اعداد لبه‌ی دامنه را انتخاب نکنید)

$$n = 3 \Rightarrow [\sqrt{36 - 9 + 1}] - 2[\sqrt{9 - 6}] = [\sqrt{28}] - 2[\sqrt{3}] = [5/6] - 2[1/7] = 5 - 2 = 3$$

مثال : برای هر عدد طبیعی n حاصل عبارت $[\sqrt{4n^2 + 2n + 1}]$ کدام است؟ (تمرین ریاضی عمومی)

(۱) $3n$ (۲) $2n$ (۳) $n + 1$ (۴) $n + 3$

$$n = 1 \Rightarrow [\sqrt{4(1)^2 + 2(1) + 1}] = [\sqrt{7}] = [2/\dots] = 2 \xrightarrow{n=1} \begin{cases} 3 & \text{گزینه (۱)} \\ 2 & \text{گزینه (۲)} \\ 2 & \text{گزینه (۳)} \\ 4 & \text{گزینه (۴)} \end{cases}$$

$$n = 2 \Rightarrow [\sqrt{4(2)^2 + 2(2) + 1}] = [\sqrt{21}] = [4/\dots] = 4 \xrightarrow{n=2} \begin{cases} 4 & \text{گزینه (۲)} \\ 3 & \text{گزینه (۳)} \end{cases}$$

مثال : برای هر عدد طبیعی $n \in \mathbb{N}$ حاصل عبارت $[\sqrt{n^2 + 3n^2}] + [\sqrt{n^2 + 2n + 2}]$ کدام است؟

(۱) $n + 2$ (۲) $2n$ (۳) $2n - 1$ (۴) $2n + 1$

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

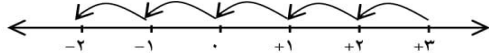
www.riazikade.ir

$$n = 1 \Rightarrow [\sqrt[2]{1^2 + 3(1)^2}] + [\sqrt{1^2 + 2(1) + 2}] = [\sqrt[2]{4}] + [\sqrt{5}] \xrightarrow{[\sqrt[2]{4}]=1, [\sqrt{5}]=2} 1 + 2 = 3$$

$$n = 1 \Rightarrow \begin{cases} 3 & \text{گزینه (۱)} \\ 2 & \text{گزینه (۲)} \\ 1 & \text{گزینه (۳)} \\ 5 & \text{گزینه (۴)} \end{cases}$$

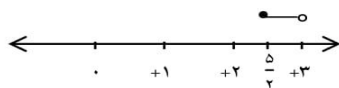
مثال : اگر $1 \leq x < 2$ باشد حاصل $[x]$ کدام است؟

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1$$



مثال : اگر $-2 \leq x < 3$ باشد حاصل $[x]$ کدام است؟

$$-2 \leq x < 3 \rightarrow \begin{cases} -2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \\ -1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \\ \emptyset \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \\ 2 \leq x < 3 \rightarrow [x] = 2 \end{cases}$$

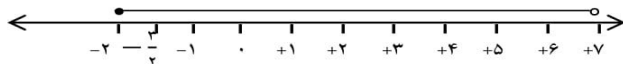


مثال : اگر $\frac{5}{4} \leq x < 3$ باشد حاصل $[x]$ کدام است؟

$$\frac{5}{4} \leq x < 3 \rightarrow [x] = 2$$

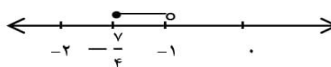
مثال : اگر $-\frac{3}{2} \leq x \leq 7$ باشد حاصل $[x]$ کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 7 \rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \\ -1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \\ \vdots \\ 6 \leq x < 7 \rightarrow [x] = 6 \\ x = 7 \rightarrow [x] = 7 \end{cases}$$



مثال : اگر $-\frac{5}{4} \leq -x < -1$ باشد حاصل $[-x]$ کدام است؟

$$-\frac{5}{4} \leq -x < -1 \Rightarrow [-x] = -2$$

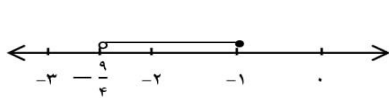


@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

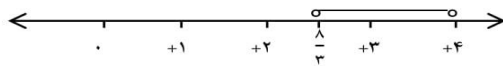
مثال : اگر $-1 \leq -5x \leq -\frac{9}{4}$ باشد حاصل $[-5x]$ کدام است؟



$$-\frac{9}{4} \leq -5x \leq -1 \rightarrow \begin{cases} -\frac{9}{4} \leq -5x < -2 \rightarrow [-5x] = -3 \\ -2 \leq -5x < -1 \rightarrow [-5x] = -2 \\ -5x = -1 \rightarrow [-5x] = -1 \end{cases}$$

مثال : اگر $-1 < x < -\frac{2}{3}$ باشد حاصل $[-4x]$ کدام است؟

$$-1 < x < -\frac{2}{3} \xrightarrow{\times -4} 4 > -4x > \frac{8}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{3} < -4x < 3 \rightarrow [-4x] = 2 \\ 3 \leq -4x < 4 \rightarrow [-4x] = 3 \end{cases}$$



ویژگی های جزء صحیح :

۱) $[u + k] = [u] + k \quad (k \in \mathbb{Z})$

$$[x + 1] = [x] + 1$$

$$[2 - 3x] = [-3x] + 2$$

$$[2x - 5] = [2x] - 5$$

$$[x + [x]] = [x] + [x] = 2[x]$$

۲) $[ku] \neq k[u] \quad (k \neq 0, 1)$

$$[2x] \neq 2[x]$$

$$\left[\frac{1}{3}x\right] \neq \frac{1}{3}[x]$$

مثال : حاصل عبارت $[x - 2[x + 3[x]]]$ کدام است؟

$$[x] \quad (1) \quad -[x] \quad (2) \quad -[x] \quad (3) \quad -[x] \quad (4)$$

$$[x - 2[x + 3[x]]] = [x - 2([x] + 3[x])] = [x - 2(4[x])] = [x - 8[x]] = [x] - 8[x] = -7[x]$$

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

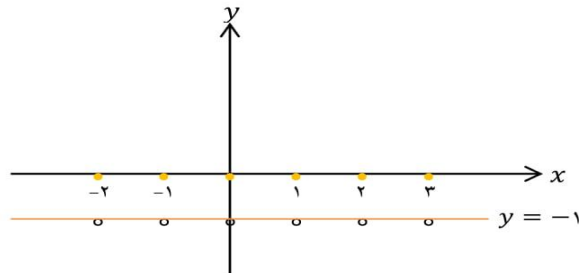
www.riazikade.ir

نکته : $[u]$ یک عبارت صحیح است پس می تواند از جزء صحیح خارج شود
مثال :

$$\begin{aligned} [2x + [x]] &= [2x] + [x] \\ [3x + [3x]] &= [3x] + [3x] = 2[3x] \\ [4x + 2[3x]] &= [4x] + 2[3x] \end{aligned}$$

$$۳) \quad [u] + [-u] = \begin{cases} ۰ & u \in \mathbb{Z} \\ -۱ & u \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= [x] + [-x] \\ [x] + [-x] &= \begin{cases} ۰ & x \in \mathbb{Z} \\ -۱ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

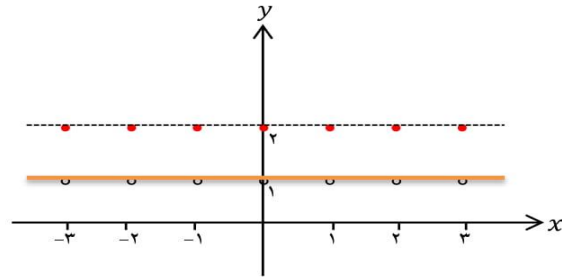


$$\begin{aligned} x \in \mathbb{Z} &\Rightarrow [x] + [-x] = ۰ \Rightarrow [-x] = -[x] \\ x \notin \mathbb{Z} &\Rightarrow [x] + [-x] = -۱ \Rightarrow [-x] = -[x] - ۱ \end{aligned}$$

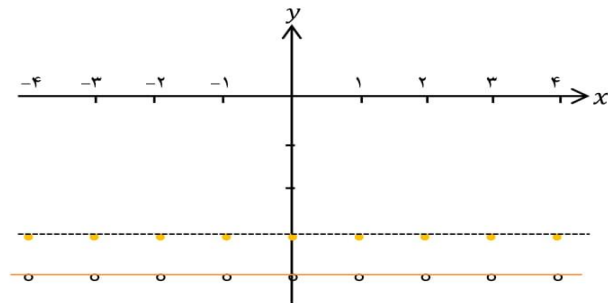
نتیجه مهم :

مثال : نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$\begin{aligned} ۱) \quad y &= [x + ۲] + [-x] \\ y &= [x] + ۲ + [-x] = [x] + [-x] + ۲ \\ y &= \begin{cases} ۰ + ۲ = ۲ & x \in \mathbb{Z} \\ -۱ + ۲ = ۱ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} ۲) \quad y &= [x] + [-x - ۳] \\ y &= [x] + [-x] - ۳ \\ y &= \begin{cases} ۰ - ۳ = -۳ & x \in \mathbb{Z} \\ -۱ - ۳ = -۴ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$



@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

$$\begin{aligned} ۳) \quad y &= [۲ - x] + [x] \\ y &= ۲ + [-x] + [x] \\ y &= \begin{cases} ۲ + ۰ = ۲ & x \in \mathbb{Z} \\ ۲ + (-۱) = ۱ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۴) \quad y &= [x + [-x]] \\ y &= [x] + [-x] \\ y &= \begin{cases} ۰ & x \in \mathbb{Z} \\ -۱ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۵) \quad y &= [x - ۴ + [۳ - x]] \\ y &= [x] - ۴ + [۳ - x] \\ y &= [x] - ۴ + [-x] + ۳ \\ \Rightarrow y &= [x] + [-x] - ۱ \\ y &= \begin{cases} ۰ - ۱ = -۱ & x \in \mathbb{Z} \\ -۱ - ۱ = -۲ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۶) \quad y &= [۲ - x] + [x - ۳] \\ y &= [-x] + ۲ + [x] - ۳ \\ y &= [-x] + [x] - ۱ \\ y &= \begin{cases} ۰ - ۱ = -۱ & x \in \mathbb{Z} \\ -۱ - ۱ = -۲ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

تمرین: اگر $f(x) = [x + ۲] + [-x]$ و $x \notin \mathbb{Z}$ آن گاه $f(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۰ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴)

مثال: دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^2 + x - ۲$ مفروضند اگر $g(f(x))$ باشد

مجموعه مقادیر x کدام است؟ (سراسری ریاضی فیزیک ۸۹)

- ۱ (۱) $R - \mathbb{Z}$ ۲ (۲) \mathbb{Z} ۳ (۳) R ۴ (۴) \emptyset

$$\begin{aligned} g(f(x)) = -۲ &\Rightarrow f^2(x) + f(x) - ۲ = -۲ \Rightarrow f^2(x) + f(x) = ۰ \\ \Rightarrow f(x)(f(x) + ۱) &= ۰ \begin{cases} f(x) = ۰ \Rightarrow [x] + [-x] = ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \\ f(x) = -۱ \Rightarrow [x] + [-x] = -۱ \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

جواب : $x \in \mathbb{Z} \cup x \notin \mathbb{Z} = R$

تمرین: دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^2 - x - ۱$ مفروضند اگر $g(f(x)) = ۱$ باشد

مجموعه مقادیر x کدام است؟

- ۱ (۱) $R - \mathbb{Z}$ ۲ (۲) \mathbb{Z} ۳ (۳) R ۴ (۴) \emptyset

مثال: معادله $۲x^2 - ۵x + ۲ = \frac{۱}{[x] + [-x]}$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

$$x \in \mathbb{Z} \xrightarrow{[x]+[-x]=0} 2x^2 - 5x + 2 = \frac{1}{2} \quad \text{جواب ندارد}$$

$$x \notin \mathbb{Z} \xrightarrow{[x]+[-x]=-1} 2x^2 - 5x + 2 = \frac{1}{-1} \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = -1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} & \text{ق ق} \\ x = 1 \in \mathbb{Z} & \text{ق غ} \end{cases}$$

$$\text{۴) } [u] = k \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k \leq u < k + 1$$

مثال: معادله‌های زیر را حل کنید.

۱) $[x] = 5 \Rightarrow 5 \leq x < 5 + 1$

۲) $[x] = -2 \Rightarrow -2 \leq x < -2 + 1$

۳) $[2x - 5] = 2$
 $\Rightarrow 2 \leq 2x - 5 < 2 + 1 \Rightarrow 2 \leq 2x - 5 < 3$
 $\xrightarrow{+5} 7 \leq 2x < 8 \xrightarrow{\div 2} \frac{7}{2} \leq x < 4$

۴) $[3x - 2] = -7$
 $\Rightarrow -7 \leq 3x - 2 < -7 + 1 \Rightarrow -7 \leq 3x - 2 < -6$
 $\xrightarrow{+2} -5 \leq 3x < -4 \rightarrow -\frac{5}{3} \leq x < -\frac{4}{3}$

۵) $\left[\frac{1-3x}{4}\right] = 4$
 $\Rightarrow 4 \leq \frac{1-3x}{4} < 4 + 1 \Rightarrow 4 \leq \frac{1-3x}{4} < 5$
 $\xrightarrow{\times 4} 16 \leq 1 - 3x < 20 \xrightarrow{-1} 15 < -3x < 19$
 $\xrightarrow{\div (-3)} -5 \geq x > -\frac{19}{3}$

۶) $\left[-\frac{7x+2}{3}\right] = -1$
 $\Rightarrow -1 \leq -\frac{7x+2}{3} < -1 + 1 \Rightarrow -1 \leq -\frac{7x+2}{3} < 0$
 $\xrightarrow{\times 3} -3 \leq -7x - 2 < 0 \xrightarrow{+2} -1 < -7x < 2$
 $\xrightarrow{\div (-7)} \frac{1}{7} \geq x > -\frac{2}{7}$

۷) $[3x - 2] = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ جواب ندارد چون جواب جزء صحیح همواره یک عدد صحیح است

$$[u] = k, \quad k \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

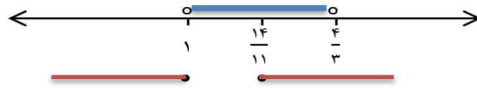
$$8) \left[\frac{3x-6}{2x-2} \right] = -4$$

$$-4 \leq \frac{3x-6}{2x-2} < -4+1 \Rightarrow -4 \leq \frac{3x-6}{2x-2} < -3$$

$$\begin{cases} \frac{3x-6}{2x-2} < -3 \Rightarrow \frac{3x-6}{2x-2} + 3 < 0 \Rightarrow \frac{9x-12}{2x-2} < 0 \\ \frac{3x-6}{2x-2} \geq -4 \Rightarrow \frac{3x-6}{2x-2} + 4 \geq 0 \Rightarrow \frac{11x-14}{2x-2} \geq 0 \end{cases}$$

x		۱	$\frac{4}{3}$	
$9x-12$	-	-	۰	+
$2x-2$	-	۰	+	+
	+		-	+
			جواب	

x		۱	$\frac{14}{11}$	
$11x-14$	-	-	۰	+
$2x-2$	-	۰	+	+
	+		-	+
			جواب	



$$\left\{ 1 < x < \frac{4}{3} \right\} \cap \left\{ x \leq 1 \cup x \geq \frac{14}{11} \right\} = \frac{14}{11} \leq x < \frac{4}{3}$$

$$9) \left[\frac{-x}{3} + 2 \right] = -5$$

$$-5 \leq \frac{-x}{3} + 2 < -5+1 \Rightarrow -5 \leq \frac{-x}{3} + 2 < -4 \xrightarrow{-2} -7 \leq \frac{-x}{3} < -6$$

$$\xrightarrow{\times 3} -21 \leq -x < -18 \xrightarrow{+(-1)} 21 \geq x > 18$$

مثال: طول بازه‌ی مجموعه جواب معادله‌ی $[3x - [3x]] + [3x + [3x]] = 4$ کدام است؟

$$1) \quad \frac{4}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{3} \quad 1$$

$$[3x - [3x]] + [3x + [3x]] = 4 \Rightarrow [3x] - [3x] + [3x] + [3x] = 4$$

$$\Rightarrow 2[3x] = 4 \rightarrow [3x] = 2 \Rightarrow 2 \leq 3x < 2+1 \Rightarrow$$

$$2 \leq 3x < 3 \xrightarrow{\div 3} \frac{2}{3} \leq x < 1 \rightarrow \text{طول بازه} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

مثال: مجموعه جواب معادله‌ی $[x]^2 - 3[x] - 10 = 0$ را بدست آورید؟

$$[x] = t \Rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0 \rightarrow (t-5)(t+2) = 0 \begin{cases} t=5 \\ t=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [x] = 5 \rightarrow 5 \leq x < 5+1 \rightarrow 5 \leq x < 6 \\ [x] = -2 \rightarrow -2 \leq x < -2+1 \rightarrow -2 \leq x < -1 \end{cases} \text{ جواب = اجتماع}$$

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

مثال: مجموعه جواب معادله $۳[۲x]^۲ - ۵[۲x] + ۲ = ۰$ را بدست آورید؟

$$[۲x] = t \Rightarrow ۳t^۲ - ۵t + ۲ = ۰ \rightarrow \begin{cases} t = ۱ \\ t = \frac{۲}{۳} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [۲x] = ۱ \rightarrow ۱ \leq ۲x < ۱ + ۱ \rightarrow ۱ \leq ۲x < ۲ \rightarrow \frac{۱}{۲} \leq x < ۱ \\ [۲x] = \frac{۲}{۳} \rightarrow \end{cases}$$

جواب ندارد

مثال: مجموعه جواب معادله $۵ = [x] + [-x]$ کدام است؟

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [-x] = -[x] \Rightarrow ۲[x] + (-[x]) = -۵ \rightarrow [x] = -۵ \Rightarrow -۵ \leq x < -۴ \Rightarrow x = -۵$$

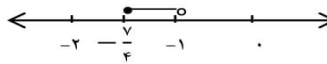
$$x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow [-x] = -[x] - ۱ \Rightarrow ۲[x] + (-[x] - ۱) = -۵ \rightarrow [x] = -۴ \Rightarrow -۴ \leq x < -۳ \Rightarrow -۴ < x < -۳$$

جواب نهایی: $\{-۴ < x < -۳\} \cup \{-۵\}$

مثال: اگر $[-\frac{۱-۴x}{۳}] = -۲$ آن گاه مقدار $[-x]$ را حساب کنید.

$$\Rightarrow -۲ \leq \frac{۱-۴x}{۳} < -۲ + ۱ \Rightarrow -۲ \leq \frac{۱-۴x}{۳} < -۱ \xrightarrow{\times ۳} -۶ \leq ۱ - ۴x < -۳$$

$$\xrightarrow{-۱} -۷ \leq -۴x < -۴ \xrightarrow{\div -۴} -\frac{۷}{۴} \leq -x < -۱$$

$$\Rightarrow [-x] = -۲$$


مثال: اگر $[x^۲ - x] = [x^۲ + x] = k$ باشد آن گاه $[x^۲]$ کدام است؟

- (۱) k (۲) $k + ۱$ (۳) $k - ۱$ (۴) $k^۲$

$$\begin{cases} [x^۲ + x] = k \rightarrow k \leq x^۲ + x < k + ۱ \\ [x^۲ - x] = k \rightarrow k \leq x^۲ - x < k + ۱ \end{cases}$$

$$\frac{۲k \leq ۲x^۲ < ۲k + ۲}{\div ۲} \rightarrow k \leq x^۲ < k + ۱ \Rightarrow [x^۲] = k$$

۵) $[u + v] = \begin{cases} [u] + [v] & ۰ \leq \{u\} + \{v\} < ۱ \\ [u] + [v] + ۱ & ۱ \leq \{u\} + \{v\} < ۲ \end{cases}$

$[۱/۴ + ۱/۵] = [۱/۴] + [۱/۵]$ چون $۰ \leq ۰/۴ + ۰/۵ < ۱$

$[۱/۴ + ۱/۷] = [۱/۴] + [۱/۷] + ۱$ چون $۱ \leq ۰/۴ + ۰/۷ < ۲$

مثال ۸۱: اگر $[x] = ۲$ و $[x + y] = ۵$ باشد حدود y کدام است؟

- (۱) $۲ \leq y < ۳$ (۲) $۳ \leq y < ۴$ (۳) $۰ \leq y < ۱$ (۴) گزینه‌های ۱ و ۲

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

$$[x + y] = \begin{cases} [x] + [y] \\ [x] + [y] + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [x] + [y] = 5 \Rightarrow 2 + [y] = 5 \Rightarrow [y] = 3 \Rightarrow 3 \leq y < 3 + 1 \\ [x] + [y] + 1 = 5 \Rightarrow 2 + [y] = 4 \Rightarrow [y] = 2 \Rightarrow 2 \leq y < 2 + 1 \end{cases}$$

نامعادله‌های براکتی :

جهت تهیه ادامه این جزوه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تالیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

اینستاگرام: academy.riazi

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

@eshgheriazikonkour

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

www.riazikade.ir

موفق بودن در ریاضی ادرصد استعداد و ۹۹ درصد پشتکار

تدریس خصوصی ریاضیات

متوسطه اول و متوسطه دوم

کنکور - تقویتی

گروهی / انفرادی

به صورت تخصصی و کاملاً مفهومی با جزوه اختصاصی

مشاهده جزوات در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

دبیر رسمی آموزش و پرورش با ۱۸ سال سابقه تدریس

کارشناس ارشد ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی

مؤلف شش کتاب در زمینه کنکور

نویسنده برتر استان

معلم نمونه شهرستان و استان

نفر اول استان در جشنواره الگوهای برتر تدریس

نفر اول کشور در جشنواره الگوهای برتر تدریس

شماره تماس: ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱